- GRAFO PESATO

$G = \langle V, E, \ell \rangle \qquad \ell : E \to \mathbb{N}$

$FTSP(G) = \min \{ \ell(\pi) \mid \pi$ è un hamiltonian cycle di $G = \langle V, E, \ell \rangle \}$

↓ non orientato

$TSP = \{ \langle G, k \rangle \mid G = \langle V, E, \ell \rangle$ è un grafo non orientato e G ammette un hamiltonian cycle di peso al più $k \}$

→ Prima soluzione

Chiamiamo l'oracolo x TSP su istanze $\langle G, k \rangle$ con $k = 1, 2, 3, \ldots, \underline{SUM}$ fino a quando riceviamo "sì" dall'oracolo.
Se arriviamo a SUM e l'oracolo risponde ancora "no" allora G non ammette un hamiltonian cycle

~~FP^{NP}~~

→ Seconda soluzione

- testiamo se $\langle G, SUM \rangle \in TSP$. Se l'oracolo risponde "no", allora G non ha H. C.
- Procediamo con una ricerca binaria sul dominio $[0, SUM]$

$\Rightarrow FP^{NP}$

TSP è NP-completo

- membership in NP
- TSP è NP-hard

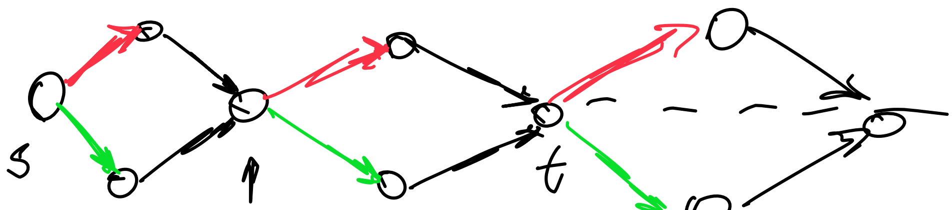
$3SAT \le_p DHC \le_p HC \le_p TSP$

$\Rightarrow$ DHC $= \{ G \mid G$ è un grafo orientato che ammette un hamiltonian cycle $\}$

$$3SAT \le_p DHC$$

$$\phi \xrightarrow{f} G = f(\phi)$$

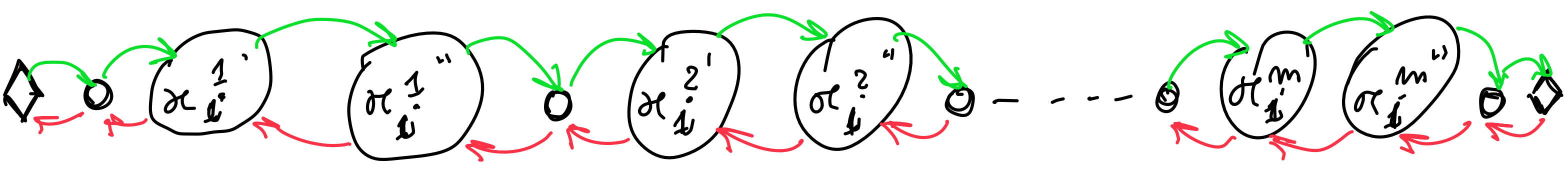
(3CNF)

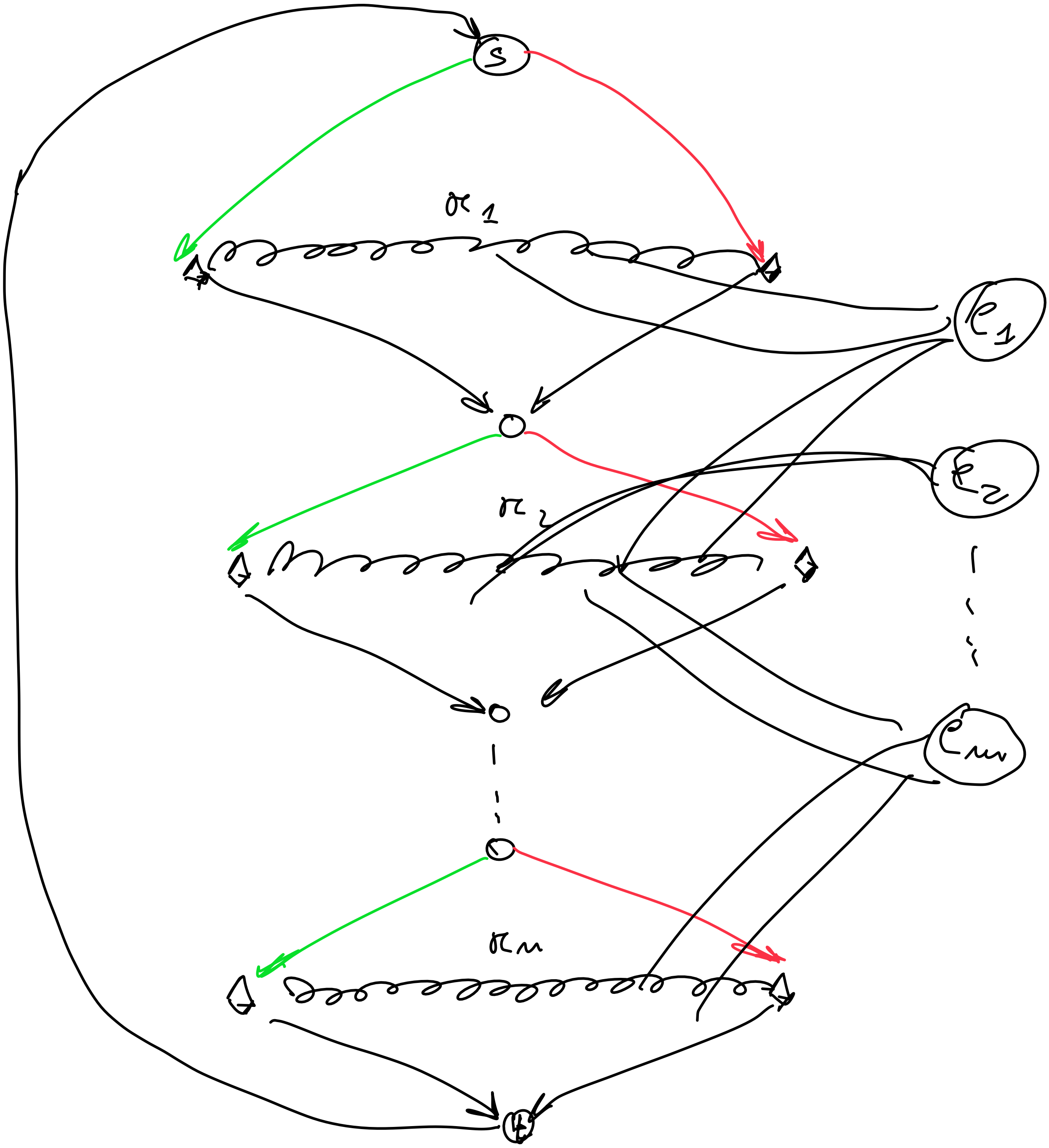


$\phi = C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ $\quad (x_3 \vee \neg x_{10} \vee x_2)$

$X = \{x_1, \ldots, x_n\}$

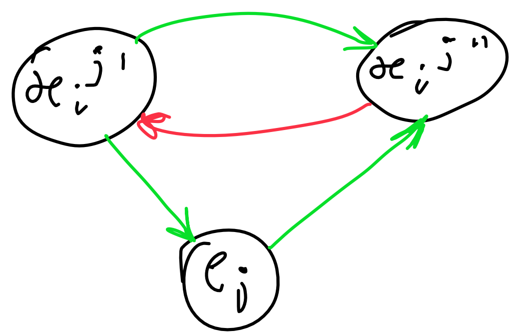
$\rightarrow$ per ogni $x_i \in X$ costruiamo un G una catena di nodi



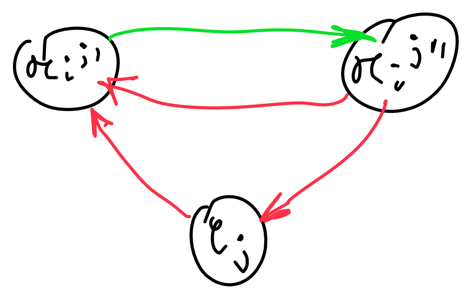


Sia x_i una variabile booleana.

- Se $\underline{x_i \in C_j}$ allora



Se $\neg x_i \in C_j$ allora



SIA π UN H.C. DI G

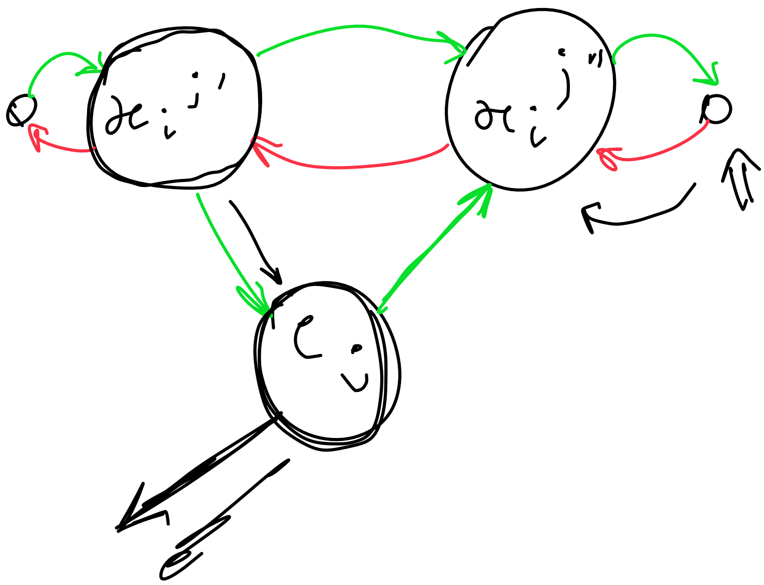
π HA 2 PROPRIETÀ:

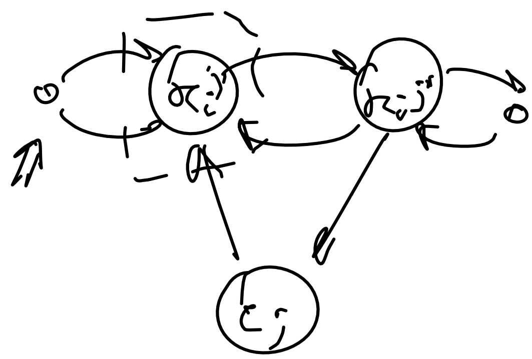
1) a) SE IN π A C_j SI ARRIVA DAL $x_{ij'}$ ALLORA DOPO C_j IN π SI VA IN $x_{ij''}$

b) SE IN π A C_j SI ARRIVA DA $x_{ij''}$ ALLORA DOPO C_j IN π SI VA IN $x_{ij'}$

---

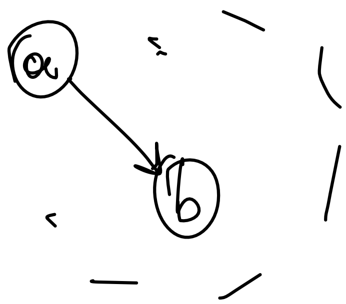
a)

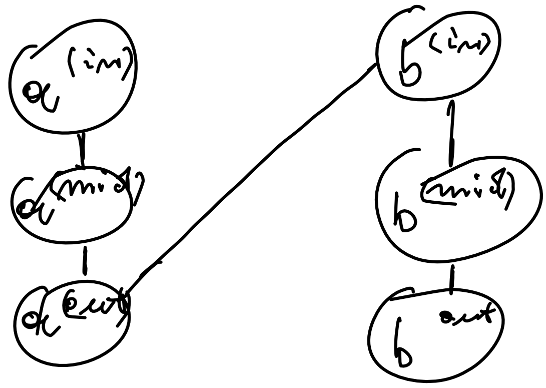




DHC $\leq_p$ HC

$$G \xrightarrow{f} H$$





Π $\quad\quad$ γ

$v_1, v_2, v_3 \dots \longrightarrow$

$v_1^{in}, v_1^{mid}, v_1^{out},$

$v_2^{in}, v_2^{mid}, v_2^{out}$

$v_3^{in}, v_3^{mid}, v_3^{out}$

$v_1^{in}, v_1^{mid}, v_1^{out}, v_2^{in}, v_2^{mid}, v_2^{out}, v_3^{in}, v_3^{mid}, v_3^{out} \dots$

$v_1^{in} \to v_1$, $\quad v_1^{out}, v_2^{in} \to v_2$, $\quad v_2^{out}, v_3^{in} \to v_3$

HC $\leq_p$ TSP

$G = \langle V, E \rangle$

$\langle H = \langle W, A \rangle, \ell \rangle, k$