- NP
- NP-HARD

NP-COMPLETO

UN LINGUAGGIO L È NP-HARD SE
$\forall L' \in NP \quad \underline{L' \leq_p L}$

SE A, B SONO 2 PROBLEMI CON A NP-HARD E INOLTRE $A \leq_p B$ ALLORA B È NP-HARD

TEOREMA DI <u>COOK</u>

$$L \leq_p SAT$$

$$w \xrightarrow[f_{\underline{M}}(w)]{} \phi_w$$

(CNF)

SICCOME $L \in NP$, ESISTE UNA MACCHINA NON DETERMINISTICA M CHE IN TEMPO POLINOMIALE DECIDE L
ASSUMIAMO CHE IL RUNNING TIME DI M SIA $p(n)$

- DISTRIBUTIVITÀ

$(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \vee (B_1 \wedge \dots \wedge B_m) \equiv$

$(A_1 \vee B_1) \wedge (A_1 \vee B_2) \wedge \dots \wedge (A_1 \vee B_m) \wedge (A_2 \vee B_1) \dots$
$\wedge (A_n \vee B_m)$

- DE MORGAN

$\neg (A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \equiv \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_n$

- $\phi \to \psi \equiv \neg \phi \vee \psi$

- $\phi \to \psi_1 \wedge \psi_2 \equiv (\phi \to \psi_1) \wedge (\phi \to \psi_2)$

ESEMPIO

$A \wedge B \to (C \wedge D) \vee (E \wedge F) \equiv$

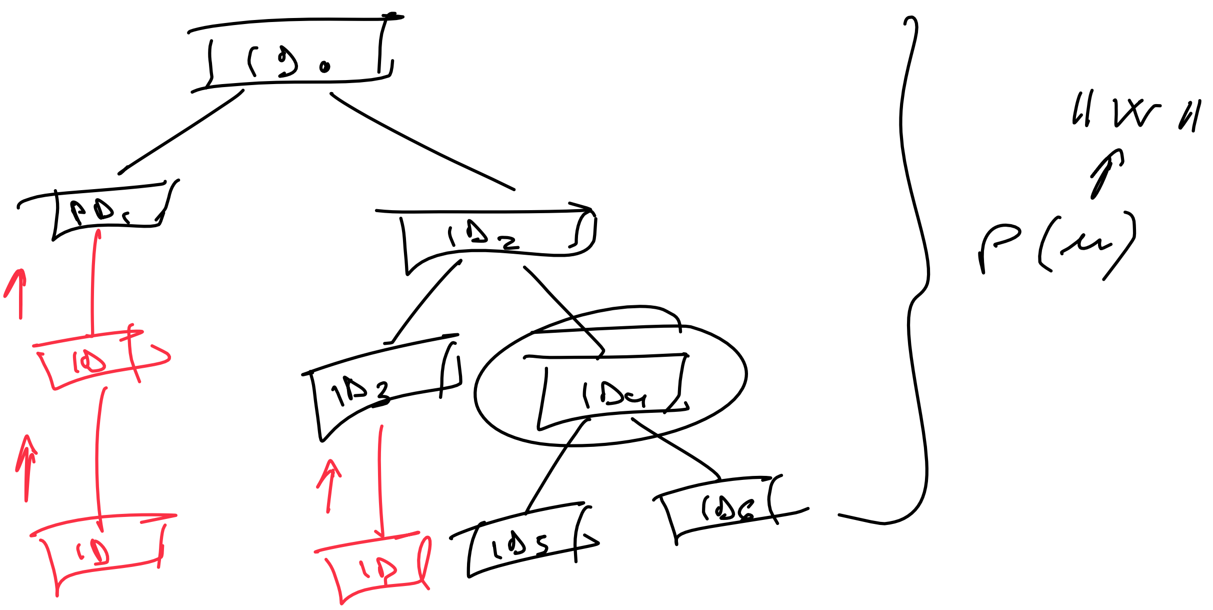
$A \wedge B \to (C \vee E) \wedge (C \vee F) \wedge (D \vee E) \wedge (D \vee F) \equiv$

$(A \wedge B \to C \vee E) \wedge (A \wedge B \to C \vee F) \wedge (A \wedge B \to D \vee E) \wedge (A \wedge B \to D \vee F) \equiv$

$(\neg A \vee \neg B \vee C \vee E) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C \vee F) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee D \vee E) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee D \vee F)$

$$L \le_p SAT$$

$$w \xrightarrow{f} \phi_w$$



- $q_{i,k}$: VALE TRUE SSE AL PASSO i DI COMPUTAZIONE LA MACCHINA M SI TROVA NELLO STATO q_k
- $h_{i,j}$: VALE TRUE SSE AL PASSO i LA TESTINA DI M SI TROVA SULLA CELLA j-MA DEL NASTRO
- $t_{i,j,l}$: VALE TRUE SSE AL PASSO i LA CELLA j-MA DEL NASTRO CONTIENE IL SIMBOLO $\alpha_l \in \Gamma$

→ $q_{i,k}$ $\quad 0 \le i \le p(n) \quad 0 \le k \le r$ FIXED

→ $h_{i,j}$ $\quad 0 \le i, j \le p(n)$

→ $t_{i,j,l}$ $\quad 0 \le i, j \le p(n) \quad 0 \le l \le s$ FIXED

$$\phi_w = C \wedge S \wedge N \wedge F$$

Consistency (C)

$$C \equiv \bigwedge_{\substack{i,k,k' \\ k \neq k'}} (q_{i,k} \rightarrow \neg q_{i,k'}) \wedge$$

$$\bigwedge_{\substack{i,j,j' \\ j \neq j'}} (h_{i,j} \rightarrow \neg h_{i,j'}) \wedge$$

$$\bigwedge_{\substack{i,j,l,l' \\ l \neq l'}} (t_{i,j,l} \rightarrow \neg t_{i,j,l'})$$

START (S)

$$S \equiv q_{0,0} \wedge h_{0,0} \wedge t_{0,0,w_0} \wedge t_{0,1,w_1} \wedge t_{0,2,w_2} \wedge \dots$$
$$\wedge\, t_{0,n-1,w_{n-1}}$$
$$\wedge\, t_{0,n,\not{b}} \wedge t_{0,n+1,\not{b}} \wedge \dots \wedge t_{0,p(n),\not{b}}$$

NEXT STEP (N)

(INERZIA) LE PARTI DI NASTRO LONTANE DALLA TESTINA RIMANGONO INVARIATE DA UN PASSO ALL'ALTRO

- $N^I \equiv \bigwedge_{i,j,l} \left(\neg h_{i,j} \wedge t_{i,j,l} \rightarrow t_{i+1,j,l} \right)$

PER OGNI PEZZO DELLA FUNZIONE DI TRANSIZIONE DELLA TM

$$\delta(q_k, \alpha_l) = \{ (q_{k'}, \alpha_{l'}, \rightarrow), (q_{k''}, \alpha_{l''}, \leftarrow) \} \dots \}$$

- $$N^H \equiv \bigwedge_{i,j,l} \Big(q_{i,k} \wedge h_{i,j} \wedge t_{i,j,l} \rightarrow (q_{i+1,k'} \wedge h_{i+1,j+1} \wedge t_{i+1,j,l'}) \vee (q_{i+1,k''} \wedge h_{i+1,j-1} \wedge t_{i+1,j,l''}) \Big)$$

- $$N^P \equiv \bigwedge_{i,j,l} \left(q_{i,F} \wedge h_{i,j} \wedge t_{i,j,l} \rightarrow q_{i+1,F} \wedge h_{i+1,j} \wedge t_{i+1,j,l} \right)$$

$$\bigwedge_{i,j,l} \ \bigwedge_{\substack{q_k \in R,\ \alpha_l \in \Gamma \\ \delta(q_k, \alpha_l) = \emptyset}} \left(q_{i,k} \wedge h_{i,j} \wedge t_{i,j,l} \rightarrow q_{i+1,k} \wedge h_{i+1,j} \wedge t_{i+1,j,l} \right)$$

$$N = N^I \wedge N^H \wedge N^P$$

FINISH (F) $\qquad F \equiv q_{p(n),F}$