

EXACT COVER

NP-COMPLETO

$$U = \{u_1, \dots, u_m\}$$

$$F = \{S_1, \dots, S_m\} \quad S_i \subseteq U$$

Un'istanza "SI" è un'istanza in cui si può selezionare da F un insieme di S_i tali che siano una partizione di U .

- MEMBERSHIP FHCI

- HARDNESS

3SAT $\leq_P$ EXACT COVER

$$\phi \xrightarrow{f} \langle U_f, F_f \rangle$$

$$\phi = C_1 \wedge \dots \wedge C_l \quad C_i = \neg x_{i,1} \vee \neg x_{i,2} \vee \neg x_{i,3}$$

$$U_\phi = \{x_i \mid 1 \leq i \leq m\} \cup \{c_j \mid 1 \leq j \leq l\} \cup \{p_{j,k} \mid \neg x_{j,k}\}$$

F_ϕ contiene

$\rightarrow \{p_{j,k}\}$ per ogni oggetto $p_{j,k}$

$\rightarrow$ per ogni variabile booleana x_i di ϕ

$$\bullet T_{i,T} = \{x_i\} \cup \{p_{j,k} \mid \neg x_{j,k} = \neg x_i\}$$

$$\bullet T_{i,F} = \{x_i\} \cup \{p_{j,k} \mid \neg x_{j,k} = x_i\}$$

→ PER OGNI CLAUSOLA c_j di ϕ ABBIAMO
UN COPPIA

$$\{c_j, p_{i,1}\} \quad \{c_j, p_{i,2}\} \quad \{c_j, p_{i,3}\}$$

È SEMPRE DI TRASFORMAZIONE

$$\phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_4)$$

$$U_\phi = \{x_1, x_2, x_3, x_4, c_1, c_2, p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_{2,1}, p_{2,2}, p_{2,3}\}$$

$$F_\phi = \{\{p_{1,1}\}, \{p_{1,2}\}, \{p_{1,3}\}, \{p_{2,1}\}, \{p_{2,2}\}, \{p_{2,3}\},$$

$$T_{1,T} = \{x_1, p_{2,1}\} \quad T_{2,T} = \{x_2, p_{1,2}\}$$

$$T_{1,F} = \{x_1, p_{1,1}\} \quad T_{2,F} = \{x_2, p_{2,2}\}$$

$$T_{3,T} = \{x_3\} \quad T_{4,T} = \{x_4\}$$

$$T_{3,F} = \{x_3, p_{1,3}\} \quad T_{4,F} = \{x_4, p_{2,3}\}$$

$$\left. \begin{array}{lll} \{c_1, p_{1,1}\} & \{c_1, p_{1,2}\} & \{c_1, p_{1,3}\} \\ \{c_2, p_{2,1}\} & \{c_2, p_{2,2}\} & \{c_2, p_{2,3}\} \end{array} \right\} // \text{ciascuna } R$$

⇒) SE ϕ È SODD ALLORA IN F_ϕ C'È UNA
PARTIZIONE DI U_ϕ

$$a \models \phi$$

SE $N[x_i] = \text{true}$, PRENDIAMO $T_{i,T}$

SE $N[x_i] = \text{false}$, PRENDIAMO $T_{i,F}$

INOLTRE PRENDIAMO $\{c_j, p_{i,k}\}$ tali che
il LITTORE $p_{i,k}$ È ABBOVERO IN N E NON

APPAREMO: $T_{i,T}/T_{i,F}$

→ PRONDIAMO $\{P_{i,u}\}$ RIMASSI FUORI

⇐) SE $F\phi$ CONTIENE UNA PARTIZIONE DI $V\phi$
ALLORA ϕ È SODDISFACCIUTO

$P \subseteq F\phi$ SIA UNA PARTIZIONE DI $V\phi$

$\left\{ \begin{array}{ll} N_P[x_i] = \text{true} & \text{SE } T_{i,T} \in P \\ N_P[x_i] = \text{false} & \text{SE } T_{i,F} \in P \end{array} \right.$

KNAPSACK

NP-complete

$$\{1, \dots, n\} \quad w_i, v_i, W, K$$

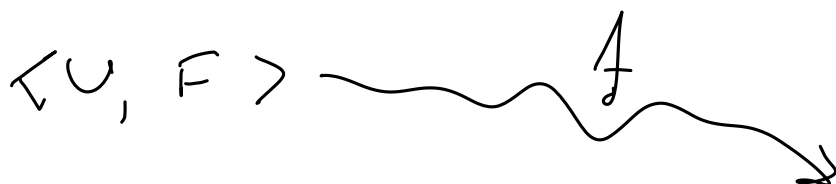
$$S \subseteq \{1, \dots, n\} \quad \sum_{i \in S} w_i \leq W \quad \sum_{i \in S} v_i \geq K$$

- membership

- hardness

EXACT COVER $\leq_P$

KNAPSACK



$$\begin{aligned} &\{1, \dots, n\} \\ &\{w_1, \dots, w_n\} \\ &\{v_1, \dots, v_n\} \\ &W, K \end{aligned}$$

$$w_i = v_i \quad \forall i$$

$$W = K$$

$$U = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ W &= (1111)_2 \\ &\quad \parallel \\ &\quad 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} F_1 & F_2 & F_3 \\ F & \{ \{3, 4\}, \{2, 4\}, \{2, 3, 4\} \} \\ &\downarrow &\downarrow &\downarrow \\ w_1 &= (0011)_2 & w_2 = (0101)_2 & w_3 = (0111)_2 \\ &\parallel &\parallel &\parallel \\ &3 &5 &7 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccc} 0 & 0 & 1 & 1 & + \\ 0 & 1 & 0 & 1 & + \\ 0 & 1 & 1 & 1 & = \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} U = \{1, \dots, m\} \\ F = \{F_1, \dots, F_m\} \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} w_1, \dots, w_m \\ W \end{array} \right.$$

$$w_i = \sum_{j \in F_i} 1 \cdot (m+1)^{m-j}$$

$$W = K = \sum_{j=1}^m (m+1)^{m-j}$$

$\Rightarrow$ Se $\langle U, F \rangle$ è un'istanza "Sì" di EC,
 Allora l'istanza $f(\langle U, F \rangle)$ di KNAPSACK
 è un'istanza "Sì".

$\Leftarrow$ Se $f(\langle U, F \rangle)$ è un'istanza "Sì" di KNAPSACK
 Allora $\langle U, F \rangle$ è un'istanza "Sì" di EC