

$$L_e = \{ M \mid L(M) = \emptyset \}$$

$$L_{ne} = \{ M \mid L(M) \neq \emptyset \}$$

PROPRIETÀ P: HA CERCARE DI TROVARE  
 COME UN INSIEME DI MACCHINE DI TURING



$$L_P = \{ M \mid M \in P \}$$

PROPRIETÀ P È BANALE SE

- contiene tutte le macchine ~~di~~
- non ne contiene nessuna.

$$P_1 = \{ M \mid M \text{ HA 5 STATI} \} \leftarrow$$

$$P_2 = \{ M \mid L(M) \text{ contiene solo stringhe} \\ \text{di lunghezza pari} \} \leftarrow$$

$$P_e = \{ M \mid L(M) = \emptyset \} \leftarrow$$

PROPRIETÀ SEMANTICHE (di WATKINS)

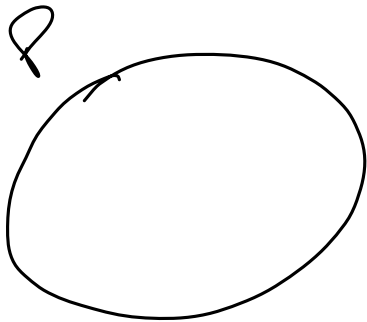
UNA PROPRIETÀ P DI MACCHINE È  
 DICE SEMANTICA SE

$\forall M_1, M_2$  t.e.  $L(M_1) = L(M_2)$   
 SE  $M_1 \in P$ , ALLORA  $M_2 \in P$

## PROPRIETÀ DEI LINGUAGGI R

Una proprietà  $P$  di linguaggi  $R$  è semplicemente un sottoinsieme di  $R$

$$P \subseteq R$$



Proprietà  
di linguaggi

$$\rightarrow L_P = \{M \mid L(M) \in P\}$$

Una proprietà  $P$  di  
linguaggi di  $R$  è  
banale se o  $P = \emptyset$

$$\text{o } P = R$$

THEOREM: (di Rice)

Ogni proprietà non banale dei linguaggi  
 $R$  è indecidibile.

Dim:

Sia  $P$  una proprietà non banale di  $R$   
2 casi: a)  $\emptyset \notin P$ ; b)  $\emptyset \in P$

Partiamo da a)

$$\underline{P \subseteq R}$$

Esiste un linguaggio

$$L \in R \text{ t.c. } L \neq \emptyset \wedge L \in$$



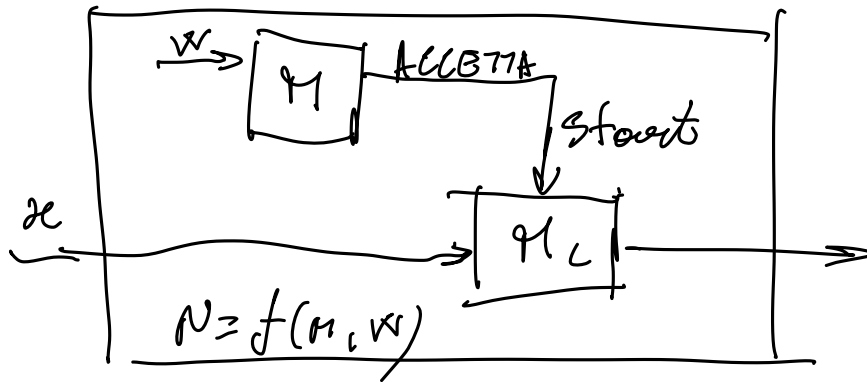
Esiste una macchina  $M_L$  f.e.

$$L(\underline{M_L}) = L \neq \emptyset$$

$$L_P = \{M \mid L(M) \in P\}$$

$$L_w \leq L_P$$

$$(M, w) \xrightarrow{f} N = f(M, w)$$



$\Rightarrow$ ) Supponiamo che  $(M, w) \in L_w$ , da cui  $M \models w$

$$\text{Segue } L(N) = L$$

$$\text{Quindi } \underline{N \in L_P}$$

$\Leftarrow$ ) Supponiamo che  $(M, w) \notin L_w$ , da cui  $M \not\models w$ .

$$\text{Segue } L(N) = \emptyset$$

Poiché  $\emptyset \notin P$ , allora  $L(N) = \emptyset \notin P$

$$\text{Quindi } \underline{N \notin L_P}$$

caso (b) Abbiamo che  $\phi \in P$

consideriamo  $\bar{P} = R \setminus P$

$$\rightarrow \phi \notin \bar{P}$$

Se  $P$  è non banale, allora  $\bar{P}$  non banale

Per il caso a)  $L_{\bar{P}}$  è indecidibile

$$\overline{L_{\bar{P}}} = L_P$$

Se  $L_P$  fosse decidibile, lo sarebbe anche  $\overline{L_{\bar{P}}}$ .

Ma se  $\overline{L_{\bar{P}}}$  fosse decidibile (in  $R$ )

lo sarebbe anche  $L_{\bar{P}}$ , ma ciò non è possibile. Da cui  $L_P$  è indec.

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$
$$L_e \mid L_{ne}$$

$$\Rightarrow L_e = \{ \underline{n} \mid \mathcal{L}(n) = \emptyset \}$$

$L_e$  è una proprietà semantica / sintattica

$L_e$  è non banale se  $L_e \neq \emptyset \wedge L_e \neq R$

$$L_e = \{ \emptyset \} \quad L_e \text{ è non banale}$$

$$L_{ne} = \{ \underline{n} \mid \mathcal{L}(n) \neq \emptyset \}$$

$$P_2 = \{ \emptyset, \text{loop}, \dots \}$$

1. Um conjunto com subconjuntos distintos  
 não são todos em  $P_2$

$P_2$  é um PROP de um conjunto não-desta

$P_1$  é uma PROPRIEDADE de ordem.  
 não satisfaz  $\Rightarrow$

EXEMPLOS DE APLICAÇÕES

a) DADA  $\mathcal{H}$ , DECIDIR SE  $\mathcal{L}(\mathcal{H})$  É FINITO

$$\mathcal{L}_e = \{ \mathcal{H} \mid \mathcal{L}(\mathcal{H}) \text{ É FINITO} \}$$

b) DADA  $\mathcal{H}$ , DECIDIR SE  $\mathcal{L}(\mathcal{H})$  É INFINITO

$$\mathcal{L}_b$$

c) DADA  $\mathcal{H}$ , ~~DECIDIR~~  $\mathcal{L}(\mathcal{H})$  É UM LIMITE  
 ALGORITMO SOLO ~~DE~~ DETERMINAR SE É DADO

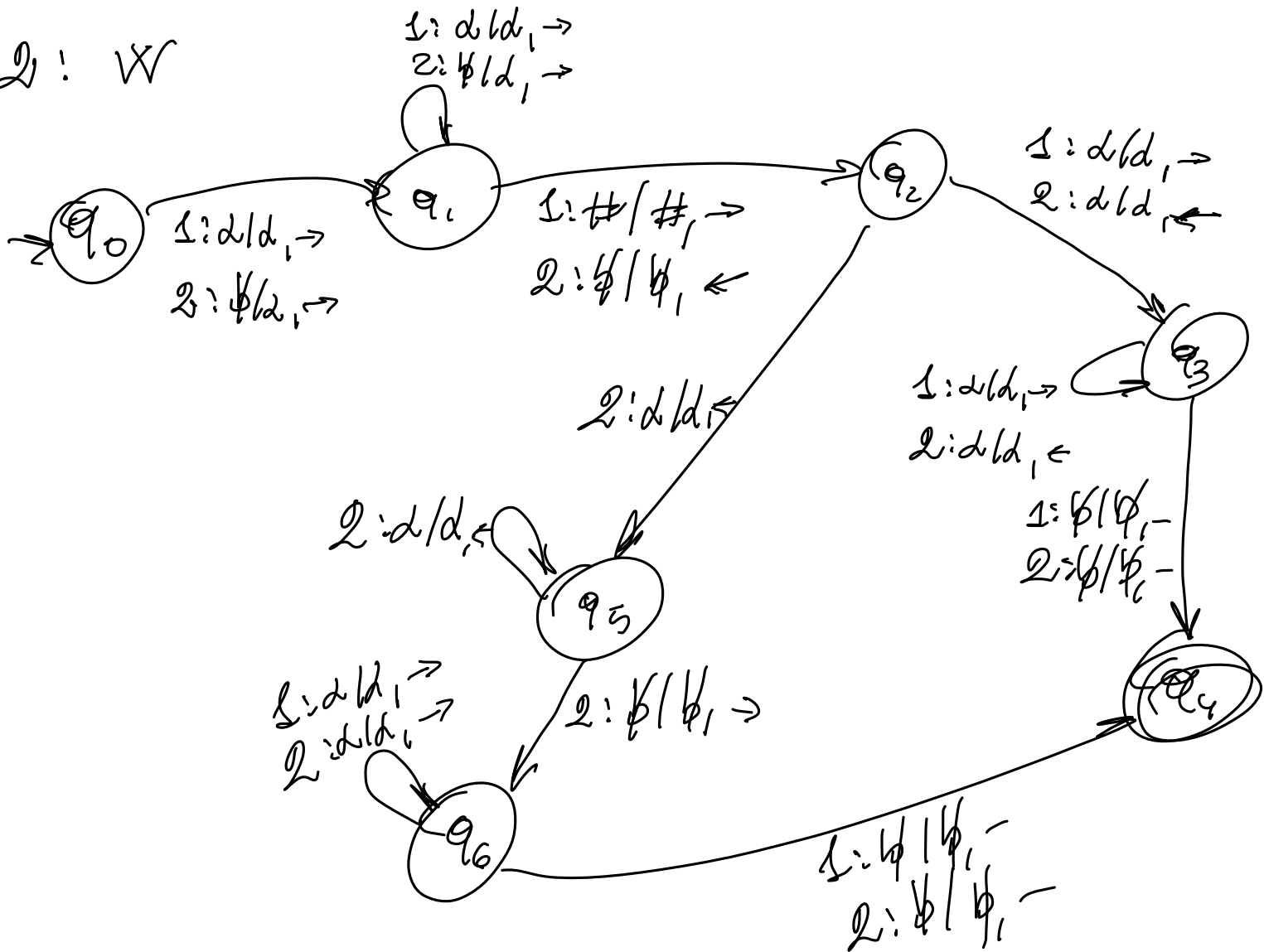
$$\mathcal{L}_e = \{ \mathcal{H} \mid \mathcal{L}(\mathcal{H}) \dots \}$$

$$\mathcal{L}_e = \{ \}$$

$$L = \{ w \# A \mid w \in (0,1)^+, A = w \text{ OR } A = w^R \}$$

1: INPUT

2: W



$$P_1 = \{ M \mid L(M) = L \}$$

$$P_2 = \{ M \mid L(M) = L \wedge \text{obvious strings in } L \text{ are accepted in at most 100 passes} \}$$

$$P_3 = \{ M \mid M \text{ never accepts } \underbrace{L \cap \{0,1,\#\}^{100}} \}$$